

Selbsttest Mathematik

Prof. Dr. Sebastian Dörn

Hochschulcampus Tuttlingen

1. Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke (4 Punkte):

$$a) \frac{a+1}{a-1} - 1 \quad b) \frac{\frac{a+1}{a-1} - 1}{1 + \frac{a+1}{a-1}} \quad c) \frac{(9xy^3)^3 (8x^4y)^5}{(12x^2y)^4 (6x^5y^3)^3} \quad d) \frac{\sqrt[3]{3\sqrt{3}}}{\sqrt[6]{3}}$$

2. Berechnen Sie die Lösung folgender Gleichung (8 Punkte):

$$\begin{array}{ll} a) 2x - 3(2 - x) = 7 + x & b) 2x^2 + 2x - 12 = 0 \\ c) \frac{1-x}{x-7} - \frac{x}{x+3} = 0 & d) \sqrt{x^2 - x - 2} = \sqrt{2x^2 - 3x - 2} \\ e) 4x^4 - 28x^2 - 72 = 0 & f) 8 + 4 \cos x = 10 \\ g) \ln(x+2) + \ln(x) - \ln 3 = 0 & h) 3x^5 2^x = 7^{x+1} \end{array}$$

Hinweis: Probleme beim Lösen von Gleichungen? Dozierende der HFU erklären in 10 Minuten bei einem LatteMATHEiatio wichtige mathematische Konzepte und Grundlagen.¹

3. Bestimmen Sie die Gleichung einer Geraden die durch die Punkte $P_1 = (1, 2)$ und $P_2 = (4, 3)$ verläuft (2 Punkte).

4. Lösen Sie folgende Aufgabe durch Polynomdivision (3 Punkte):

$$(8x^3 - 14x^2 + 13x - 15) : (2x - 3)$$

5. Gegeben seien die folgenden drei Vektoren:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die folgenden Größen (4 Punkte):

$$a) \vec{u} + 2\vec{v} + 3\vec{w} \quad b) (|\vec{u}| + |\vec{v}| + |\vec{w}|)^2 \quad c) (\vec{u} \cdot \vec{v}) + (\vec{u} \cdot \vec{w}) \quad d) (\vec{u} \times \vec{v}) + (\vec{u} \times \vec{w})$$

Hinweis: Norm: $|x| = \sqrt{x_1 + x_2 + x_3}$, Skalarprodukt: $x \cdot y = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$,

Vektorprodukt: $x \times y$

¹<http://www.hs-furtwangen.de/willkommen/die-hochschule/zentrale-services/informations-und-medienzentrum/learning-services/lattematheiato.html>

6. Gegeben sei die Gerade $g: \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie den Abstand des Punktes $P = (0, 1, 3)$ von der Gerade g (3 Punkte).

7. Lösen Sie folgendes Gleichungssystem (3 Punkte):

$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= 1 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 &= 3 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 &= 9 \end{aligned}$$

8. Bei einem rechtwinkligen Dreieck ($\angle PQR = 90^\circ$) ist \overline{PS} die Seitenhalbierende zu \overline{RQ} . Gegeben sei $\overline{SQ} = 15\text{cm}$ und der Winkel $\angle PRQ = 36^\circ$. Bestimmen Sie die Länge \overline{PQ} und die Fläche des Dreiecks PQR . (2 Punkte)

9. Berechnen Sie die Ableitung folgender Funktionen (8 Punkte):

$$\begin{aligned} a) \quad f(x) &= x^4 + 2x + \frac{1}{x} & b) \quad f(x) &= e^x \sin x \\ c) \quad f(x) &= \frac{3x^3+2}{x^2+1} & d) \quad f(x) &= \ln(1-x^2) \end{aligned}$$

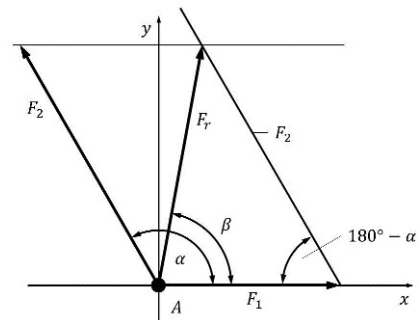
10. Berechnen Sie die folgenden Integrale (6 Punkte):

$$a) \int (x^3 + 2x + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^4}) dx \quad b) \int_1^2 (7 + \frac{5}{x^2} - \frac{256}{x^5}) dx \quad c) \int x \sin x dx$$

11. Max Müllerle hat 10.000 Euro gespart und möchte sich davon ein Auto kaufen zum Preis von 14.000 Euro. Als sparsamer Schwabe möchte er das Auto bar bezahlen und legt daher das Geld auf der Sparkasse zu einem Zinssatz von 3.8% an. Nach wie vielen Jahren hat Herr Müllerle die Summe für sein Auto zusammen, wenn der Preis aufgrund einer durchschnittlichen Inflation von 1.8% pro Jahr ansteigt und er bei Barzahlung einen Rabatt von 15% auf den aktuellen Kaufpreis des Fahrzeuges erhält? (3 Punkte)²

12. Zwei Kräfte $F_1 = 2\text{kN}$ und $F_2 = 3\text{kN}$ wirken im Punkt A unter dem Winkel $\alpha = 120^\circ$ zueinander.

- Berechnen Sie den Betrag der Resultierenden F_r . (2 Punkte)
- Berechnen Sie den Winkel β zwischen den Wirklinien von F_1 und F_r . (2 Punkte)



²Aufgabe stammt aus dem PiLogic Wettbewerb 2012. PiLogic ist ein Contest, bei dem jeweils zum ersten eines Monats eine knifflige Mathe-Aufgabe gestellt wird, die es bis zum Ende des Monats zu lösen gilt. Alle richtigen Lösungen nehmen an der Verlosung von attraktiven Preisen teil! Weitere Informationen unter <http://www.hfu-campus-tuttlingen.de/campus-leben/pilogic-mathecontest/>.

Lösungen

1.

a) $\frac{2}{a-1}$ b) $\frac{1}{a}$ c) $\frac{16}{3}y$ d) $3^{\frac{1}{3}}$

2.

a) $x = \frac{13}{4}$ b) $x_1 = 2, x_2 = -3$
c) $x_1 = 3, x_2 = -0.5$ d) $x = 2$
e) $x_1 = 3, x_2 = -3$ f) $x = 60^\circ$
g) $x_1 = 1, x_2 = -3$ h) $x = \frac{\ln 7}{\ln(\frac{75}{7})}$

3. $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

4. $4x^2 - x + 5$

5. a) $\begin{pmatrix} 21 \\ -14 \\ 19 \end{pmatrix}$ b) 278.5839 c) -14 d) $\begin{pmatrix} 14 \\ -21 \\ -35 \end{pmatrix}$

6. 2.4152

7. $x_1 = 2, x_2 = -1, x_3 = -2$

8. Die Länge von $|PQ| = 21.8\text{cm}$, die Fläche des Dreiecks PQR ist 326.94cm^2

9.

a) $f'(x) = 4x^3 + 2 - \frac{1}{x^2}$ b) $f'(x) = e^x(\sin x + \cos x)$
c) $f'(x) = \frac{3x^4 + 9x^2 - 4x}{(x^2 + 1)^2}$ d) $f'(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$

10.

a) $\frac{x^4}{4} + x^2 + \ln x - \frac{2}{3x^3} + C$ b) 50.5 c) $-x \cos x + \sin x + C$

11. Nach neun Jahren kann Herr Müllerle sein neues Auto kaufen.

12. a) $F_r = 2.646\text{kN}$ b) $\beta = 79.1^\circ$

Auswertung

- 41 - 50 Punkte Sie besitzen sehr gute Kenntnisse in Mathematik. Ein Besuch des Brückenkurs Mathematik ist nicht notwendig.
- 31 - 40 Punkte Sie besitzen gute Kenntnisse in Mathematik. Ein Besuch des Brückenkurs Mathematik ist dennoch empfehlenswert.
- 21 - 30 Punkte Sie besitzen nur ausreichende Kenntnisse in Mathematik. Ein Besuch des Brückenkurs Mathematik wäre sehr empfehlenswert.
- 11 - 20 Punkte Sie haben wenig Kenntnisse in Mathematik. Ein Besuch des Brückenkurs Mathematik ist dringend empfehlenswert für ein erfolgreiches Ingenieurstudium.
- 0 - 10 Punkte Sie haben sehr geringe Kenntnisse in Mathematik. Ein Besuch des Brückenkurs Mathematik ist absolut notwendig für ein erfolgreiches Ingenieurstudium.